UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 (Mathematik)
Prof. Dr. Mark Groves
MSc Jens Horn

Mathematik für Informatiker 1, WS 2017/18
Übungsblatt 10

---

1. Welche der folgenden Reihen sind konvergent?

(a) $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} \frac{r^3+4r+3}{\sqrt{r^{10}+r^7}}$

(b) $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} \frac{r^3+4r+3}{\sqrt{r^8+3r^7}}$

(c) $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(1+1/r)^r}$

(d) $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} \frac{r^4+1}{2^r}$
[Hinweis: $r^4+1 \leq (\frac{3}{2})^r$ für großes r]

(e) $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} \frac{r+2^r}{r2^r}$
[Hinweis: $r+2^r \geq 2^r$]

(f) $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} \frac{r!}{r^r}$
[Hinweis: Quotientenkriterium]

(g) $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} \sin\frac{1}{r}$
[Hinweis: $\sin x \geq \frac{1}{2}x$ für kleines x]

(h) $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r}\sin\frac{1}{r}$
[Hinweis: $\sin x \leq x$]

(i) $\displaystyle\sum_{r=2}^{\infty} \frac{1}{r\log r}$
[Hinweis: $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\log(\log x)) = \dfrac{1}{x\log x}$]

(j) $\displaystyle\sum_{r=2}^{\infty} \frac{1}{r^2\log r}$
[Hinweis: $\log r > 1$ für großes r]

2. (a) Wie viele n-stellige natürliche Zahlen ohne die Ziffer 9 gibt es?

(b) Zeigen Sie, dass die Summe der Reziproken aller n-stelligen näturlichen Zahlen ohne die Ziffer 9 kleiner gleich $8(\frac{9}{10})^{n-1}$ ist.

(c) Zeigen Sie: Die Reihe, die aus der harmonischen Reihe durch die Entfernung aller Summanden mit der Ziffer 9 in ihrem Nenner entsteht, ist konvergent.

3. Geben Sie rigorose Formulierungen der folgenden Aussagen an.

(i) $f(x) \to \infty$ für $x \to \infty$

(ii) $f(x) \to -\infty$ für $x \to \infty$

(iii) $f(x) \to \infty$ für $x \to -\infty$

(iv) $f(x) \to -\infty$ für $x \to -\infty$

(v) $f(x) \to \infty$ für $x \to a$

(vi) $f(x) \to -\infty$ für $x \to a$