UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 (Mathematik)
Prof. Dr. Mark Groves
MSc Jens Horn

Mathematik für Informatiker 1, WS 2017/18
Übungsblatt 2

---

1. Seien $G = \{1, 2, 3, 4\}$ und die Relationen R_1, R_2, R_3 auf G durch

$$\begin{aligned} R_1 &= \{(1,2),(2,1)\}, \\ R_2 &= \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}, \\ R_3 &= \{(1,1),(1,3),(2,2),(3,1),(3,3),(4,4)\} \end{aligned}$$

gegeben. Prüfen Sie, ob diese Relationen reflexiv, konnex, symmetrisch, asymmetrisch, antisymmetrisch und/oder transitiv sind.

2. Seien die Relationen $\sim_a$, $\sim_b$, $\sim_c$ auf $\mathbb{Z}$ durch

$$\begin{aligned} x \sim_a y \qquad &\Leftrightarrow \qquad x \neq y, \\ x \sim_b y \qquad &\Leftrightarrow \qquad x + y \text{ ist eine gerade Zahl}, \\ x \sim_c y \qquad &\Leftrightarrow \qquad x \geq y^2 \end{aligned}$$

gegeben. Prüfen Sie, ob diese Relationen reflexiv, konnex, symmetrisch, asymmetrisch, antisymmetrisch und/oder transitiv sind.

3. Sei die Relation $\sim$ auf $\mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ durch

$$(p, n) \sim (q, m) \qquad \Leftrightarrow \qquad p + m = q + n$$

definiert.

(a) Zeigen Sie, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation auf $\mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ ist.

(b) Zeigen Sie, dass

$$(p, n) \sim (k + p, k + n)$$

für alle $k \in \mathbb{N}_0$ gilt.

(c) Wir schreiben nun $\mathbf{k}$ für die Äquivalenzklasse $[(k, 0)]$ und definieren die 'Summe' zweier Äquivalenzklassen durch die Formel

$$[(p, n)] \mathbf{+} [(q, m)] = [(p + q, n + m)].$$

Bestimmen Sie die Äquivalenzklasse $\mathbf{-k}$ mit der Eigenschaft, dass

$$\mathbf{-k} \mathbf{+} \mathbf{k} = \mathbf{0}$$

gilt. [Sie dürfen annehmen, dass '$\mathbf{+}$' wohldefiniert ist.]

4. Seien M eine nichtleere Menge und die Relation $\preceq$ auf der Potenzmenge $P(M)$ von M durch

$$A \preceq B \qquad \Leftrightarrow \qquad A \subseteq B,$$

definiert. Zeigen Sie, dass diese Relation eine partielle Ordnung ist. Wann ist sie eine Totalordnung?